



# Modélisation du délaminage par la méthode de la zone cohésive et problèmes d'instabilité = Modelling of delamination by the cohesive zone method and problems of instability

Lotfi Hamitouche, Mostapha Tarfaoui, Alain Vautrin

## ► To cite this version:

Lotfi Hamitouche, Mostapha Tarfaoui, Alain Vautrin. Modélisation du délaminage par la méthode de la zone cohésive et problèmes d'instabilité = Modelling of delamination by the cohesive zone method and problems of instability. JNC 16, Jun 2009, Toulouse, France. 10 p. hal-00389717

**HAL Id: hal-00389717**

**<https://hal.science/hal-00389717>**

Submitted on 11 Jun 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation du délaminage par la méthode de la zone cohésive et problèmes d'instabilité

## *Modelling of delamination by the cohesive zone method and problems of instability*

Lotfi HAMITOUCHE<sup>1</sup>, Mostapha TARFAOUI<sup>1</sup> et Alain VAUTRIN<sup>2</sup>

1 : ENSIETA, LBMS, Laboratoire Mécanique des Structures Navales  
2 rue François Verny – 29806 Brest cedex 9  
e-mail : tarfaomo@ensieta.fr, hamitolo@ensieta.fr

2 : : Ecole des Mines de Saint-Etienne  
158 cours Fauriel, 42023 St Etienne Cedex 2 - France  
e-mail : vautrin@emse.fr

### Résumé

Ce travail concerne la modélisation par éléments finis du phénomène du délaminage dans les matériaux composites stratifiés. La faiblesse des zones riches en résine entre les plis peut entraîner leur décollement. Nous avons choisis la modélisation de ce phénomène par l'utilisation de la méthode de la zone cohésive qui est basée sur la mécanique de la rupture par fissuration et la mécanique de l'endommagement. Les avantages majeurs de ce modèle est de tenir compte du couplage existant entre les différents modes de rupture en mécanique linéaire de fissuration ajoutant la capacité à prédire l'initiation du délaminage. Au travers d'une formulation thermodynamique, nous avons proposé quelques variantes.

L'introduction de la variable d'endommagement, dépendante du saut de déplacement local, ajoute une dimension physique au modèle. L'implémentation numérique du modèle cohésif a été réalisée. Des problèmes ont été soulevés lors de l'utilisation des éléments cohésifs qui sont principalement liés à la convergence du modèle. On s'est donc intéressé ensuite à l'étude de l'instabilité du modèle cohésif. L'étude a été menée en quasi-statique dans un code éléments finis implicite. La résolution numérique du système non-linéaire a été effectuée par la méthode de Newton-Raphson qui s'est révélée incapable de venir à bout de l'instabilité matérielle induite par le comportement adoucissant du modèle cohésif. On montre avec un essai de traction simple composé de deux barres reliées par un élément cohésif, que la solution du problème discrétisé par élément finis peut diverger (solution jumps). Cette étude a permis de déterminer et de traiter l'instabilité du système en introduisant une viscosité régulatrice dans le modèle. Cette énergie supplémentaire ajoutée au modèle peut régler complètement le problème d'instabilité pour un incrément de temps adéquat et des méthodes de résolutions numériques de type Newton-Raphson. Des simulations numériques de l'essai sur éprouvettes DCB sont présentées et comparées aux essais pour illustrer les performances du modèle.

### Abstract

The prediction of ply delamination in laminated composites is modeled by using interface elements. The numerical approach is based on the cohesive zone model which is shown to provide an efficient description of the delamination growth. The theoretical study is performed in quasi-static regime and an implicit finite element scheme is used. A comprehensive 1D example shows that cohesive elements may induce numerical instability and that the use of a viscous regularization is relevant to suppress the instability and to obtain a reasonable numerical convergence. Finally, an experimental study is performed by using DCB (Double Cantilever Beam) tests; an agreement between numerical predictions and experimental results is obtained and the cohesive finite element model is finally validated.

**Mots Clés** : délaminage, zone cohésive, instabilité, régularisation visqueuse  
**Keywords** : delamination, cohesive zone, instability, viscous regularization

## 1. Introduction

Ce chapitre concerne la modélisation par éléments finis du phénomène du délaminage dans les matériaux composites stratifiés. La faiblesse des zones riches en résine entre les plis peut entraîner leurs

décollements. De très nombreux chercheurs ont étudié ce phénomène [1-2]. Le but de ce travail n'est pas d'introduire une nouvelle méthode numérique de modélisation mais d'essayer de modéliser ce phénomène en utilisant les modèles cohésifs. La loi cohésive a été choisie en fonction de son domaine d'utilisation et de son adaptation au type de matériau utilisé. Elle est basée sur la mécanique de la rupture par fissuration et la mécanique de l'endommagement.

Le modèle cohésif relie les contraintes aux sauts de déplacement à travers une interface où la fissure peut se créer. L'initiation de l'endommagement est reliée aux valeurs maximales des différentes contraintes aux interfaces. Cependant, lorsque l'énergie emmagasinée dans l'élément cohésif est égale au taux de restitution d'énergie critique du matériau, la traction s'annule. Ainsi, un nouveau front de fissure est formé.

## 2. Comportement du modèle cohésif

Plusieurs auteurs ont abordé le comportement des modèles cohésifs. Needleman [3] est le premier à utiliser des fonctions de type polynomial et exponentiel pour décrire la relation traction-séparation  $(t-\Delta)$ . Tvergaard et al. [4] ont utilisé quant à eux, une forme trapézoïdale comme comportement cohésif appliqué aux matériaux élasto-plastiques collés. Camacho et Ortiz [5] ont employé un modèle linéaire pour les problèmes d'impact avec endommagement dans les matériaux fragiles. Geubelle et Baylor [6] ont utilisé une relation bilinéaire de traction-séparation appliquée aux problèmes de fissuration de la matrice et aux problèmes du délaminage dans les plaques composites stratifiées. Les sollicitations sont des impacts à faible vitesse.

Dans le cadre de ce travail, on a choisi un modèle à comportement bilinéaire irréversible endommageable. Ce modèle a été utilisé pour simuler les problèmes du délaminage dans les matériaux composites, [7-8]. Campilho et al. [9] ont utilisé cette approche pour simuler la résistance des joints composites collés. Les résultats des différentes simulations réalisées, montrent la validité et l'efficacité de ce modèle en comparaison avec les essais expérimentaux. Cependant, on montrera au fur et à mesure dans cette section les difficultés rencontrées lors de son élaboration ainsi que les différents avantages et inconvénients.

### 2.1 Loi cohésive bilinéaire

Soit un corps qui occupe une configuration initiale  $\Omega = \{x \in \mathbb{R}^3\}$ . Il contient une surface de fissure  $\Gamma_c$  et une partie l'interface est notée  $\Gamma_{coh}$  où la loi cohésive est active. Les forces extérieures, par unité de surface,  $\bar{t}$  ainsi que les déplacements imposés  $\bar{u}$  agissent sur les surfaces  $\Gamma_F$  et  $\Gamma_u$ , figure 1.

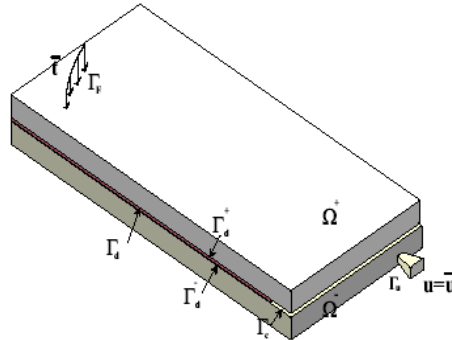


Fig. 1. Surface cohésive traversant un corps 3D.

La loi cohésive décrite dans cette partie relie le vecteur de contraintes et le saut de déplacement écrit dans le repère local. Donc, cette loi apporte, d'un point de vue mathématique, la relation entre  $t_{local}$  et  $\Delta$ . Pour ce faire, l'énergie libre par unité de volume au sens d'Helmotz  $\Psi$ , Valoroso et Champaney [10] :

$$\Psi(\Delta, d) = \frac{1}{2}(1-d) \left( k_s (\Delta_1^2 + \Delta_2^2) + k_n \langle \Delta_3 \rangle_+^2 \right) + \frac{1}{2} k_n \langle \Delta_3 \rangle_-^2 \quad (\text{eq. 1})$$

où  $0 \leq d \leq 1$  est la variable scalaire d'endommagement, les symboles  $\langle \cdot \rangle_{\pm}$  représentent les parties positives ou négatives, elles sont définies par :  $\langle x \rangle_{\pm} = (x \pm |x|)/2$ .  $k_s$  et  $k_n$  représentent la rigidité de l'élément cohésif en cisaillement et en tension.  $\Delta_i$  représentent les composantes du vecteur saut de déplacement dans le repère lié à l'élément cohésif  $(\bar{e}_s, \bar{e}_t, \bar{e}_n)$ .

Les valeurs négatives de  $\Delta_3$  représentent l'interpénétration entre les deux interfaces. Dans le scénario réel, un pur écrasement des deux interfaces ne peut en aucun cas influencer sur la qualité de la zone cohésive. Pour cela, on a considéré que l'endommagement cohésif n'évolue pas en compression mais il permet seulement de transmettre les contraintes dans les deux lèvres.

Les forces thermodynamiques associées aux variables d'états d'endommagement et de saut de déplacement sont exprimées par :

$$\begin{cases} t_i = \frac{\partial \psi}{\partial \Delta_i} \\ Y_d = -\frac{\partial \psi}{\partial d} = \frac{1}{2} k_s (\Delta_1^2 + \Delta_2^2) + \frac{1}{2} k_n \langle \Delta_3 \rangle_+^2 \end{cases} \quad (\text{eq. 2})$$

où  $t = \{t_1, t_2, t_3\}^T$  est le vecteur contrainte écrit dans la base locale de l'élément,  $Y_d$  est le travail élastique réalisé par un saut de déplacement  $\Delta$ .

L'expression des tensions dans la zone cohésive est traduite par :

$$\begin{cases} t_i = (1 - d) k_s \Delta_i ; i = 1, 2 \\ t_3 = (1 - d) k_n \langle \Delta_3 \rangle_+ + k_n \langle \Delta_3 \rangle_- \end{cases} \quad (\text{eq. 3})$$

L'énergie de dissipation  $D_e$  pour un processus endommageant est donnée par :

$$D_e = Y_d \dot{d} \quad (\text{eq. 4})$$

selon les lois de la thermodynamique et de l'inégalité de Clausius-Duhem  $D_e \geq 0$ .

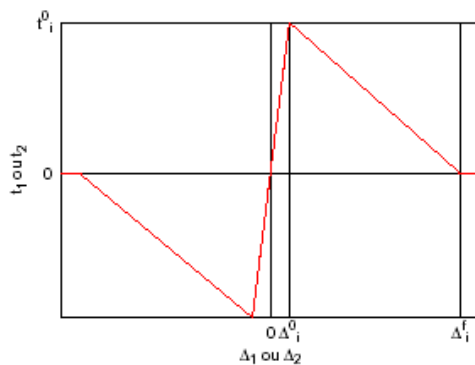
### 2.1.1 Définition du critère d'initiation des dommages

Pour définir complètement la loi de comportement du modèle cohésif, il nous reste deux points importants. Le premier, consiste à trouver la relation permettant de construire le déplacement initial équivalent, pour lequel l'endommagement s'initie. Pour ce faire, un critère supplémentaire basé sur le vecteur des contraintes dans l'élément cohésif est introduit par la relation suivante :

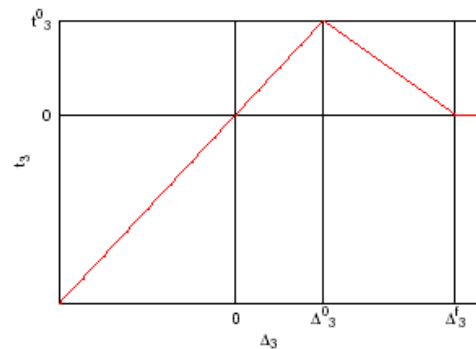
$$\left( \frac{t_1}{t_1^0} \right)^2 + \left( \frac{t_2}{t_2^0} \right)^2 + \left( \frac{\langle t_3 \rangle_+}{t_3^0} \right)^2 = 1 \quad (\text{eq. 5})$$

Cette relation traduit le couplage des différents modes dont l'initiation s'opère avec leurs contributions respectives.  $t_3^0$ ,  $t_2^0$ ,  $t_1^0$  sont les valeurs des tractions interlaminaires maximales en modes purs I, II et III. Elles peuvent être mises linéairement en relation avec leurs déplacements respectifs  $\Delta_3$ ,  $\Delta_2$ ,  $\Delta_1$  par :

$$t_1^0 = k_s \Delta_1^0 ; \quad t_2^0 = k_s \Delta_2^0 ; \quad t_3^0 = k_n \Delta_3^0$$



(a) Relation  $(t_i - \Delta_i)$ ;  $i = 1, 2$



(b) Relation  $(t_3 - \Delta_3)$

Fig. 2. Loi de comportement bilinéaire pour le modèle cohésif.

Les valeurs  $\Delta_i$  seront définies par le deuxième point important qui est le choix du critère de propagation.

### 2.1.2 Définition du critère de propagation

Ce critère nous permet de définir la propagation du délaminage en mode mixte. Il sera établi en fonction du taux de restitution d'énergie  $G$ . On considère le critère de propagation défini dans l'étude bibliographique par la relation :

$$\left(\frac{G_I}{G_{Ic}}\right)^n + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIc}}\right)^n + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIc}}\right)^n = 1 \quad (\text{eq. 6})$$

$n$  est un paramètre donné par l'expérience de la MLRF, les  $G_{ic}$  sont définis dans la partie bibliographique. La MLRF nous permet avec certaines hypothèses sur le modèle cohésif de trouver un lien entre le comportement de l'interface et le taux de restitution d'énergie. Pour le cas du modèle bilinéaire on obtient :

$$G_c = G_I + G_{II} + G_{III} = \frac{1}{2} k_n \delta_0 \delta_f \quad (\text{eq. 7})$$

$G_i$  représentent les taux de restitution d'énergie en mode d'ouverture I, glissement II et III. Leurs expressions sont également fonctions de l'aire sous les courbes  $(t_i - \Delta_i)$  pour chaque mode :

$$G_I = \frac{1}{2} k_n \langle \Delta_3^0(\beta) \rangle_+ \langle \Delta_3^f(\beta) \rangle_+ ; \quad G_{II} = \frac{1}{2} \alpha^2 k_n \Delta_2^0(\beta) \Delta_2^f(\beta) ; \quad G_{III} = \frac{1}{2} \alpha^2 k_n \Delta_1^0(\beta) \Delta_1^f(\beta)$$

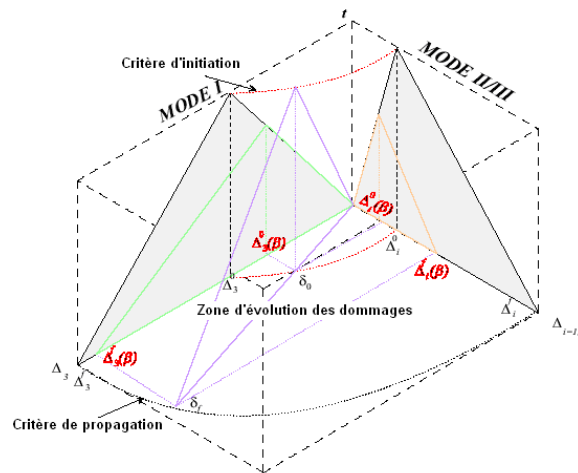


Fig. 3. Comportement du modèle cohésif en mode mixte.

La figure 3 montre le comportement du modèle cohésif en mode mixte, avec les deux critères adoptés pour l'initiation du dommage et sa propagation. Ainsi, à partir des modes purs I, II et III, on peut générer la loi de comportement équivalente tenant compte de la mixité du chargement.

## 2.2 Première validation numérique : Simulation sur éprouvette DCB

Afin de valider ce modèle numérique, on s'est intéressé à l'essai DCB en 2D développé par Alfano [11]. Cet essai est l'un des essais types utilisés pour la mesure du taux de restitution d'énergie critique en mode I. La figure (4) montre la géométrie de l'éprouvette, le chargement appliqué et les conditions aux limites utilisées.

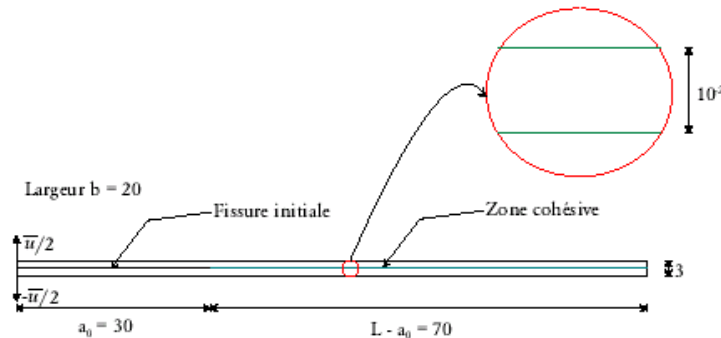


Fig. 4. Présentation de l'essai DCB (dimensions en mm).

L'étude est réalisée en déformations planes et avec le solveur ABAQUS Implicit. Le maillage est réalisé par des éléments réguliers de type quadrangle à quatre nœuds pour la poutre et des éléments cohésifs 2D à tester. Les propriétés des matériaux ont été prises identiques à celles de l'article d'Alfano [11]. Les valeurs numériques sont données par le tableau (1).

Matériau	Propriétés
Aluminium Modèle cohésif	$E=70\text{GPa}$ ; $\nu=0.3$ $k_s=k_n=10^5\text{N/mm}^3$ $t_1^0 = 60\text{N/mm}^2$ ; $t_2^0 = 30\text{N/mm}^2$ $G_{lc} = 0.5\text{N/mm}$ ; $G_{llc} = 1.45\text{N/mm}$ $n = 1$

Tab. 1. Propriétés matérielles de l'essai DCB.

On a tout d'abord réalisé différentes simulations en utilisant des tailles d'éléments  $l_e$  variables,  $l_e = 0.55, 0.25, 0.1\text{mm}$ . On remarque que le modèle converge pour un maillage inférieur ou égal à  $l_e = 0.25\text{mm}$ . Cette longueur sera notée longueur caractéristique. La simulation numérique de l'essai sur éprouvette DCB modélisée par EF avec un maillage grossier de longueur  $l_e = 0.55\text{mm}$  présente des zones de concentration de contraintes dans quelques éléments dont on remarque la discontinuité entre les éléments adjacents.

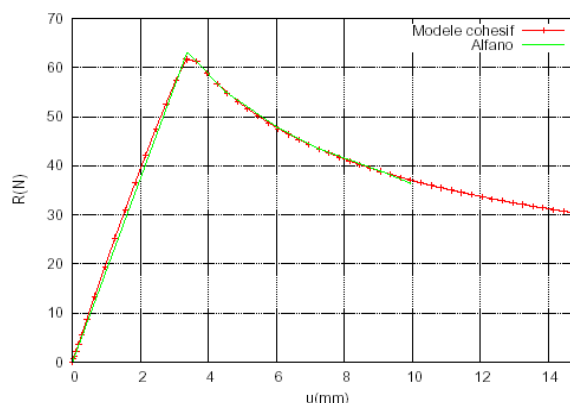


Fig. 5. Comparaison des résultats obtenus par le modèle cohésif avec le modèle d'Alfano.

On compare dans la figure 5 les simulations de l'essai sur éprouvette DCB en utilisant le modèle cohésif développé et celui d'Alfano [11]. La comparaison des deux simulations montre une très bonne corrélation.

Dans cette partie on a présenté un modèle cohésif permettant de modéliser le délaminage dans les matériaux composites. Les avantages majeurs de ce modèle est de tenir compte du couplage existant entre les différents modes de rupture en mécanique linéaire de fissuration ajoutant la capacité à prédire l'initiation du délaminage. Au travers d'une formulation thermodynamique, nous avons proposé quelques variantes. L'introduction de la variable d'endommagement, dépendante du saut de déplacement local, ajoute une dimension physique au modèle. L'implémentation numérique du modèle cohésif a été présentée. Des problèmes ont été soulevés lors de l'utilisation des éléments cohésifs qui sont principalement liés à la convergence du modèle. Elles seront traitées dans la partie suivante.

### 3. Problèmes d'instabilité dans les zones cohésives

Le problème majeur des éléments cohésifs est celui de la convergence du schéma numérique. Dans le cadre des simulations de validation on s'est aperçu que la convergence dépend fortement de la taille des éléments, des propriétés élastiques du système et des paramètres matériels du modèle cohésif utilisé. Ce problème est connu dans le cadre de la méthode des éléments finis par l'instabilité due à l'adoucissement du comportement du modèle cohésif.

#### 3.1 Existence et unicité conditionnelle de solutions pour un problème quasi-statique de décohésion de solides élastiques

La démonstration de l'existence et l'unicité conditionnelle de solutions d'un problème quasi-statique de solides liés par une zone d'interface avec une loi cohésive quelconque est donnée dans la thèse de Monerie [12]. La nécessité de l'existence et de l'unicité, réside dans une condition portée sur la loi cohésive. Pour comprendre le problème, il est plus facile de considérer le cas 1D d'une structure composée d'un élément interfacial en série avec un barreau élastique. Ce dernier est étudié dans ce qui suit.

#### 3.2 Instabilité matérielle du modèle cohésif

Pour comprendre le problème d'instabilité dû à l'adoucissement du comportement cohésif, on va étudier le cas simple d'une barre élastique présentant une fissure en son milieu et soumise à une traction uniforme. Le modèle est constitué de deux barres en déformation plane, de longueur  $a$ ; une section unitaire et un module d'Young  $E$ , connectées par un élément cohésif, figure (6).

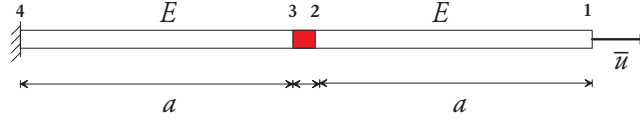


Fig. 6. Modèle test pour comprendre l'instabilité matérielle.

Notre but dans ce qui suit est de résoudre analytiquement et numériquement ce problème mécanique. Pour ce faire, on suppose que les deux poutres se déforment uniquement suivant l'axe  $y$ . L'expression de la contrainte est donnée par :

$$t = \frac{E(\bar{u} - \Delta)}{2a} \quad (\text{eq. 8})$$

La deuxième équation du système analytique est obtenue à partir des équations de la loi cohésive bilinéaire décrite dans la section 2. En effet, à partir des équations précédentes et en considérant le cas unidimensionnel, on trouve :

$$t = (1 - d)k\langle\Delta\rangle_+ \quad (\text{eq. 9})$$

Dans le cas 1D, l'équation décrivant la loi d'endommagement est donnée par :

$$d = \begin{cases} 0 & \text{si } \Delta < \Delta_0 \\ \frac{\Delta_f(\Delta - \Delta_0)}{\Delta(\Delta_f - \Delta_0)} & \text{si } \Delta_0 \leq \Delta < \Delta_f \\ 1 & \text{si } \Delta \geq \Delta_f \end{cases} \quad (\text{eq. 10})$$

avec  $\dot{d} \geq 0$ , condition d'irréversibilité des endommagements.

À l'interface, la loi de comportement est donnée par le modèle bilinéaire  $(t - \Delta)$  :

$$\frac{t}{k\Delta_0} = \frac{t}{t_0} = \begin{cases} \frac{\Delta}{\Delta_0} & \text{si } \frac{\Delta}{\Delta_0} < 1 \\ \frac{\frac{\Delta_f}{\Delta_0} - \frac{\Delta}{\Delta_0}}{\frac{\Delta_f}{\Delta_0} - 1} & \text{si } 1 \leq \frac{\Delta}{\Delta_0} < \frac{\Delta_f}{\Delta_0} \\ 0 & \text{si } \frac{\Delta}{\Delta_0} \geq \frac{\Delta_f}{\Delta_0} \end{cases} \quad (\text{eq. 11})$$

Cette écriture adimensionnelle est bien adaptée à la suite de l'étude. La solution du système composé par les deux équations 8 et 10 sera formulée en fonction du déplacement imposé  $\bar{u}$  et de la constante normalisée  $\Lambda$  définie comme suit :

$$\Lambda = \frac{E\Delta_0}{2at_0} ; \Lambda_c = \frac{1}{\alpha - 1} \text{ and } \alpha = \frac{\Delta_f}{\Delta_0} \quad (\text{eq. 12})$$

Pour mieux comprendre la solution du système unidimensionnel composé de deux barres jointes par un élément cohésif, on trace l'allure des sauts de déplacement et les contraintes dans la zone cohésive.



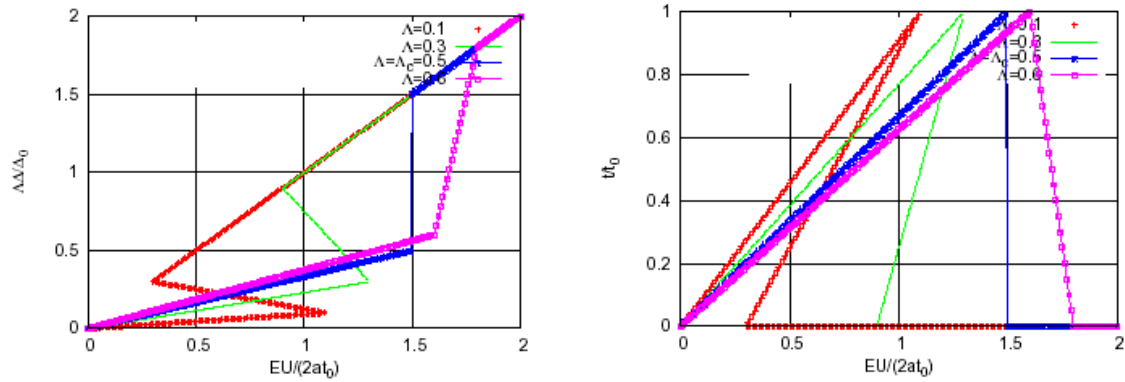


Fig. 7. Solution du problème 1D de la figure X

On remarque sur la figure 7 que :

- Pour des valeurs de  $\Lambda > \Lambda_c$  les solutions trouvées, soit l'expression de la contrainte  $t$  ou le saut de déplacement  $\Delta$ , sont uniques pour un déplacement imposé donné  $\bar{u}$ . En effet, pour une fonction de déplacement imposé croissante un schéma standard de résolution numérique de type Newton-Raphson, peut alors trouver ces solutions. On peut dire que, dans ce cas, le système est inconditionnellement stable.
- dans le cas où de  $\Lambda < \Lambda_c$  on remarque que pour un déplacement imposé  $\bar{u}$ , le système mécanique 1D peut analytiquement admettre trois solutions. Cependant, l'unicité de la solution reste toujours valable de point de la mécanique. Par ailleurs, pour une fonction de déplacement imposée croissante, le schéma classique, de résolution des systèmes numériques, de type Newton-Raphson ne permet pas de trouver la solution du problème. Ce cas, est donc qualifié d'instable.

En conclusion, l'instabilité matérielle du modèle cohésif 1D est fonction des paramètres élastiques du matériau collé, de sa longueur et des paramètres constitutifs de la loi de comportement du modèle cohésif.

### 3.3 Critère d'instabilité du modèle cohésif 1D

On se propose de ré-écrire la condition d'instabilité, toujours pour le problème schématisée sur la figure 6, sous forme énergétique tel que :

$$\Lambda < \Lambda_c \Leftrightarrow \frac{at_0^2}{E} > \underbrace{\Phi - \frac{1}{2}k\Delta_0^2}_{\Phi_d} \quad (\text{eq. 13})$$

où  $\Phi = \frac{1}{2}k\Delta_0\Delta_f$  est l'aire sous la courbe  $(t-\Delta)$  de l'élément cohésif et représente également le taux de restitution d'énergie critique donc, l'énergie par unité de surface emmagasinée. Le rapport  $\frac{at_0^2}{E}$  représente l'énergie de déformation élastique par unité de surface emmagasinée dans les deux blocs assemblés.  $\Phi_d$  est l'énergie par unité de surface effective emmagasinée dans la zone cohésive lors du déclenchement du processus d'endommagement.

On peut ainsi généraliser ce critère énergétique tel que : dans le cas où l'énergie emmagasinée dans le matériau est supérieure à l'énergie emmagasinée dans la zone cohésive, cela impliquera la naissance d'une instabilité. Pour ce faire, on se propose d'introduire une énergie supplémentaire dans la zone cohésive notée régularisation visqueuse. Cette énergie additionnelle va rétablir le critère d'instabilité. La condition qui doit être imposée sur l'énergie visqueuse  $\Phi_v$  est donnée par :

$$\Phi_v \geq U - \Phi_d \quad (\text{eq. 14})$$

où  $U$  est l'énergie de déformation emmagasinée dans le domaine constitué des deux barres dans le problème 1D précédent. Dans ce cas, si l'inégalité (eq. 15) est vérifiée alors la solution du problème mécanique est unique, d'où une stabilisation de la résolution numérique.

### 3.4 Solution du problème de localisation

Plusieurs auteurs ont étudié de près cette instabilité matérielle. On citera par exemple Alfano et Crisfield [13] qui ont utilisé la méthode de Riks ou *longueur d'arc* pour résoudre leur système mécanique instable. Ceci permet de trouver les branches de solutions instables. Goyal et al. [14] ont utilisé la méthode



de Newton-Raphson avec *line-search* qui permet de revenir à un pas négatif, ou travail négatif, lors de l'instabilité numérique. Les méthodes numériques basées sur les méthodes de Riks, exigent quelques efforts d'implémentation et elles peuvent donner des résultats non cohérents du point de vue physique.

D'autres approches numériques existent dans la littérature et permettent d'éliminer le problème de localisation (instabilité matérielle). Ces dernières sont fondées sur le principe de l'indépendance de l'énergie dissipée par rapport au maillage. On cite, par exemple, les limiteurs de localisation qui cherchent à enrichir le cadre standard de la théorie locale de la mécanique des milieux continus en introduisant des discontinuités de déformations ou de déplacements [15]. L'implémentation numérique de ce type de limiteur de localisation nécessite des éléments finis et une formulation spéciale proche de la méthode des modes incompatibles. De Borst et al. [16] ont contribué aux développements de ces éléments pour la modélisation des endommagements dans les matériaux composites. Une deuxième méthode pour limiter le problème de localisation mais qui exige des modifications très importantes dans le cadre standard de la mécanique des milieux continus et l'abandon de la théorie locale en faveur de la théorie non locale de l'endommagement. Cependant, la mise en œuvre numérique reste très difficile et le domaine d'application reste très limité.

Dans ce travail, on a adopté la méthode de la régularisation visqueuse. Ce choix est justifié par l'efficacité de cette technique sur le plan numérique et la simplicité de son implémentation dans un code d'éléments finis. L'objectif final du modèle choisi est de limiter les problèmes de localisation par l'introduction d'un terme de viscosité dans la loi cohésive, tout en assurant la convergence du schéma numérique. Le modèle de régularisation visqueuse présenté ici peut être utilisé dans la majorité des lois cohésives, assurant une résolution complète du problème de localisation. En outre, ce modèle ne nécessite que peu de modifications du code d'éléments finis.

### 3.4.1 Modèle cohésif à comportement viscoélastique endommageable

On a développé une nouvelle loi de comportement de la zone cohésive. Cette loi, fait intervenir le terme de viscosité dans la formulation de la variable d'endommagement, donnée dans l'équation suivante :


$$t = k (1 - d_v)$$


Fig. 8. Diagramme du modèle cohésif avec un comportement viscoélastique.

$$d_v = d - (d_I + d_{II}) \quad (\text{eq. 15})$$

où  $d$  est une fonction continue,  $d_i$  ;  $i=I, II$  sont les variables visqueuses d'endommagement en mode  $i$ . On note  $d_{i,II}$  le paramètre  $d_i$  ou  $d_{II}$ . Ces paramètres sont définis par :

$$d_{i,II} = \Delta\tau_{i,II} \frac{\dot{\Delta}_{2,1}}{\Delta_{2,1}} \quad (\text{eq. 16})$$

où  $\Delta\tau_{i,II}$  sont les paramètres de viscosité liés aux contraintes dans le cas 1D par :  $\frac{t}{t_0} = \Delta\tau \frac{\dot{\Delta}}{\Delta_0}$ . Cette dernière relation, est similaire au cas d'un fluide visqueux  $\sigma = \eta \dot{\epsilon}$ , tel que  $\eta$  peut être identifié comme  $\Delta\tau$ .  $\dot{\Delta}_{2,1}$  sont les sauts de vitesses de l'interface en mode I et II. Afin d'assurer la condition de Clausius-Duhem de point de vue thermodynamique, le paramètre  $d_v$  doit assurer,  $\dot{d}_v \geq 0$ . Cette dernière inégalité assure l'irréversibilité de l'endommagement. On peut obtenir la loi de comportement de la zone cohésive dans le cas 1D comme suit :

$$\begin{cases} t_1 = (1 - d_v) k_s \Delta_1 \\ t_2 = (1 - d_v) k_n \langle \Delta_2 \rangle_+ + k_n \langle \Delta_2 \rangle_- \end{cases} \quad (\text{eq. 17})$$

Les équations \ref{ch2s5-13} et \ref{ch2s5-13-4} ne sont pas trop différentes mais cette dernière permet d'actualiser la variable d'endommagement et de prendre en compte l'effet de la viscosité comme un paramètre physique associé à  $d$ , voir \cite{Ham2008}.

### 3.4.2 Simulation de l'essai sur éprouvette DCB

Dans cette section, les résultats des travaux expérimentaux et numériques sont discutés. Il s'agit de comparer les réponses d'essais sur éprouvettes DCB avec les modèles numériques. En effet, on va discuter

de la méthodologie de simulation de cas réels d'essais mécaniques et donner des réponses quand à la pertinence des modèles développés.

Les différentes éprouvettes utilisées dans le cadre de ce programme expérimental sont prélevées de plaques composites à base de fibres de verre et résine vinylester. Le tableau X résume les différentes géométries des éprouvettes utilisées. Les propriétés mécaniques sont tirées de la partie expérimentale, dédié aux matériaux. Le tableau X donne les différentes propriétés mécaniques d'un pli pour les éprouvettes utilisées.

$E_{11} = E_{22}(\text{MPa})$	$E_{33}(\text{MPa})$	$G_{12}(\text{MPa})$	$G_{13} = G_{23}(\text{MPa})$	$\nu_{12}$	$\nu_{13} = \nu_{23}$
23711	9000	4498	2977	0.151	0.20

Tab. 2. Propriétés mécaniques des éprouvettes DCB.

L'élément cohésif CZM à 4 nœuds, section 2, est utilisé pour simuler les essais DCB précédents. Le but escompté n'est pas de représenter l'état réel du délaminage avec tous les phénomènes qui peuvent être engendrés du fait du renfort suivant l'épaisseur mais plutôt de valider les résultats trouvés précédemment, notamment, en ce qui concerne l'initiation et la propagation du délaminage. Chaque éprouvette est modélisée en 2D et le matériau est considéré comme orthotrope avec les propriétés élastiques présentées au tableau 2.

Les éléments utilisés dans le maillage des éprouvettes composites sont des éléments à 4 nœuds avec 1 point d'intégration. On a utilisé des éléments quadrangulaires réguliers en déformation plane de dimensions  $0.2 \times 0.2 \text{ mm}$ . La figure 9 présente la géométrie des éprouvettes DCB ainsi que les conditions aux limites appliquées lors des essais.

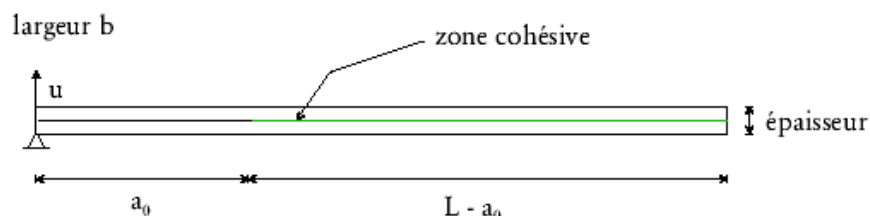


Fig. 9. Présentation de l'essai DCB (dimensions en mm).

Renfort	$t_2^0$ (MPa)	$k_n$ (N/mm <sup>3</sup> )	$G_{Ic}$ (kJ/m <sup>2</sup> )	$\Delta\tau_I$ (s)
R0	50	$10^6$	0.9	$10^{-9}$

Tab. 3. Paramètres du modèle MZC.

Le tableau 3 liste les paramètres du modèle cohésif. Pour la modélisation du mode I, nous ne prenons pas en compte les paramètres correspondant aux autres modes car ils n'ont aucune influence sur la réponse du modèle. Les valeurs du taux de restitution d'énergie critique sont déterminés à partir des essais expérimentaux. Le paramètre de pénalité ( $k_n$ ) est pris arbitrairement. En effet, pour  $10^4 \text{ kN/mm}^3 \leq k_n \leq 10^7 \text{ kN/mm}^3$  on obtient une même réponse du modèle, la différence est observée sur le nombre d'itérations. Les valeurs de  $t_2^0$  sont déterminées à partir des courbes expérimentales force-déplacement. Il est à noter que ce paramètre a une influence sur le pic de la courbe réponse (F-U). Cependant, lorsqu'on simule un essai de mécanique linéaire de rupture par fissuration en prenant le paramètre  $t_2^0$  comme fixe et en faisant varier la taille du maillage, on constate que le pic de la courbe (F-U) varie. Dans ce cas, il faut agir sur  $t_2^0$  pour lisser la courbe expérimentale. On dira que  $t_2^0$  ne dépend pas uniquement du matériau utilisé. Dans la figure 10 on a tracé les courbes force-déplacement imposé pour les résultats de l'essai expérimental, du modèle de zone cohésive et en utilisant la théorie des poutres. En effet, à l'aide de la mécanique linéaire de fissuration on peut déterminer la relation force-déplacement pour le cas de la propagation d'une fissure dans un essai sur éprouvette DCB :

Les limitations des modèles cohésifs sont principalement dues à l'effet de ponts de fibres qui compliquent la propagation de la fissure et peuvent permettre l'apparition d'autres phénomènes locaux, au niveau de la pointe de la fissure. Afin de mieux simuler la propagation du délaminage on est amené à tenir compte de l'existence matérielle de fibres inter-lamina.

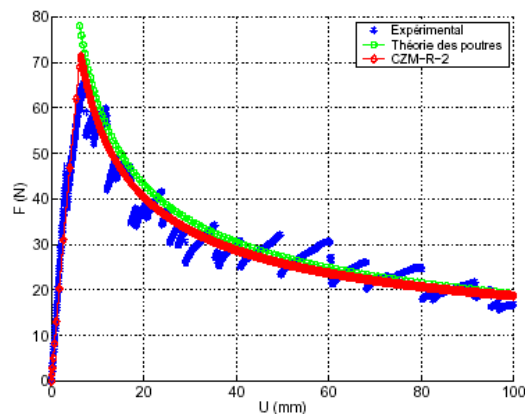


Fig. 10. Comparaison des courbes force-déplacement pour une éprouvette DCB.

#### 4. Conclusions

Dans ce papier, on a discuté la confrontation des modèles développés avec des essais expérimentaux. D'une part, on a présenté des simulations d'essais sur éprouvette DCB. On a pu définir les points forts ainsi que les limitations du modèle présenté.

#### Références

- [1] A. D. 5528-01. Standard test method for mode I interlaminar fracture toughness of unidirectional fibre-reinforced polymer matrix composites. Annual Book of ASTM Standards, D30.06, 2002.
- [2] The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. Advances in Applied Mechanics, H.L. Dryden, Th. von Karman, editors, 1962.
- [3] A. Needleman. An analysis of tensile decohesion along an interface. Mech. Phys. Solids, 38 :289–324, 1989..
- [4] V. Tvergaard. Effect of fibre debonding in a whisker-reinforced metal. Material Science and Engineering Part A, A125 :203–213, 1990..
- [5] G. T. Camacho and M. Ortiz. Computational modelling of impact damage in brittle materials. Solids Structures, 33(20–22) :2899–2938, 1996.
- [6] P. H. Geubelle and J. S. Baylor. Impact-induced delamination of composites : a 2d simulation. Composites Part B, 29B :589–602, 1998.
- [7] P. P. Camanho and C. G. Dávila. Mixed-mode decohesion finite elements for the simulation of delamination in composite materials. NASA, pages 1–37, 2002.
- [8] A. Turon, P. P. Camanho, J. Costa, and C. G. Dávila. An interface damage model for the simulation of delamination under variable-mode ratio in composite materials. NASA, pages 1–27, 2004.
- [9] R. D. S. G. Campilho, M. F. S. F. de Moura, and J. J. M. S. Domingues. Modelling single and double-lap repairs on composite materials. Composites Science and Technology, 65 :1948–1958, 2005..
- [10] N. Valoroso and L. Champaney. A damage model for simulating decohesion in adhesively bonded assemblies. European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, pages 74–90, 2004..
- [11] G. Alfano. On the influence of the shape of the interface law on the application of cohesive-zone models. Composites Science and Technology, 66 :723–730, 2006.
- [12] Y. Monerie. Fissuration des matériaux composites : rôle de l'interface fibre/matrice. PhD thesis, Université de la méditerranée Aix-Marseille II, Aix-Marseille, 2000.
- [13] G. Alfano and M. A. Crisfield. Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composite : mechanical and computational issues. Num. Meth. Engng., 50 :1701–1736, 2001.
- [14] V. K. Goyal, E. R. Johnson, and C. G. Dávila. Irreversible constitutive law for modeling the delamination process using interfacial surface discontinuities. Composite Structures, 65 :289–305, 2004.
- [15] J. Simo and J. Ju. Strain- and stress-based continuum damage models I. Formulation, II. Computational aspects. Solids and Structures, 23(7) :821–869, 1987.
- [16] R. de Borst and J. J. C. Remmers. Computational modelling of delamination. Composites Science and Technology, 66 :713–722, 2006.
- [17] R. H. J. Peerlings, R. de Borst, W. A. M. Brekelmans, and J. H. P. de Vree. Gradient-enhanced damage for quasi-brittle materials. Numerical Methods in Engineering, 39 :3391–3403, 1996.
- [18] L. Hamitouche, M. Tarfaoui, A. Vautrin, An interface debonding law subject to viscous regularization for avoiding instability: application to the delamination problems. Engineering Fracture Mechanics, Volume 75, Issue 10, July 2008, Pages 3084–3100.